EQUAÇÕES POLINOMIAIS

1. (Efomm 2020) Considere a inequação

$$\left|x^7 - x^4 + x - 1\right| \left|x^2 - 4x + 3\right| \left(x^2 - 7x - 54\right) \le 0.$$

Seja I o conjunto dos números inteiros que satisfaz a desigualdade e n a quantidade de elementos de $I.$ Com relação a $n,$ podemos afirmar que
a) n é um número primo.
b) n é divisível por $7.$
c) n não divide $53904.$
d) n é um quadrado perfeito.
e) n é divisível por $6.$

2. (Famema 2020) Sabendo-se que o número complexo $2 + i$ é raiz do polinômio $x^3 + ax^2 + bx - 5,$ em que a e b são números reais, conclui-se que $a + b$ é igual a
a) $7.$
b) $5.$
c) $8.$
d) $6.$
e) $4.$

3. (Espcex (Aman) 2020) Sabe-se que as raízes da equação $x^3 - 3x^2 - 6x + k = 0$ estão em progressão aritmética. Então podemos afirmar que o valor de $\frac{k}{2}$ é igual a
a) $\frac{5}{2}.$
b) $4.$
c) $\frac{7}{2}.$
d) $3.$
e) $\frac{9}{2}.$

4. (Epcar (Afa) 2020) Considere os polinômios na variável x:

$A(x) = x^3 + (3m^3 - 4m)x^2 - 2,$ sendo $m \in \mathbb{R}$; e
$B(x) = x^2 - 2x + 1$

Os gráficos de $A(x)$ e $B(x)$ possuem apenas um ponto comum sobre o eixo das abscissas.

É correto afirmar que
a) o produto e a soma das raízes imaginárias de $A(x)$ são números conjugados.
b) os afixos das raízes de $A(x)$ formam um triângulo equilátero.
c) as raízes de $A(x)$ possuem argumentos que NÃO formam uma Progressão Aritmética.
d) todas as raízes de $A(x)$ possuem o mesmo módulo.

5**.** (Espcex (Aman) 2020) Se a equação polinomial $x^2 + 2x + 8 = 0$ tem raízes a e b e a equação $x^2 + mx + n = 0$ tem raízes $(a+1)$ e $(b+1)$, então $m+n$ é igual a
a) -2.
b) -1.
c) 4.
d) 7.
e) 8.

6**.** (Unicamp 2020) Sabendo que a é um número real, considere a equação quadrática $2x^2 + ax + 10 = 0$. Se as soluções dessa equação são números inteiros, o módulo da soma das soluções é igual a
a) 3.
b) 4.
c) 5.
d) 6.

7**.** (Ufsc 2019) É correto afirmar que:
01) A equação $x^3 + 2x^2 + 3x - 4 = 0$ possui apenas uma raiz inteira.
02) Maria quer comprar um carro que custa R\$ 42.000,00 à vista, mas que pode ser comprado a prazo em 48 prestações mensais iguais no valor de R\$ 1.200,00 sem entrada. Preocupada com a taxa de juros que teria que pagar, dado que não consegue comprar à vista, consultou um amigo que entende de matemática financeira para auxiliá-la nos cálculos. Ele orientou Maria a aplicar as seguintes fórmulas:

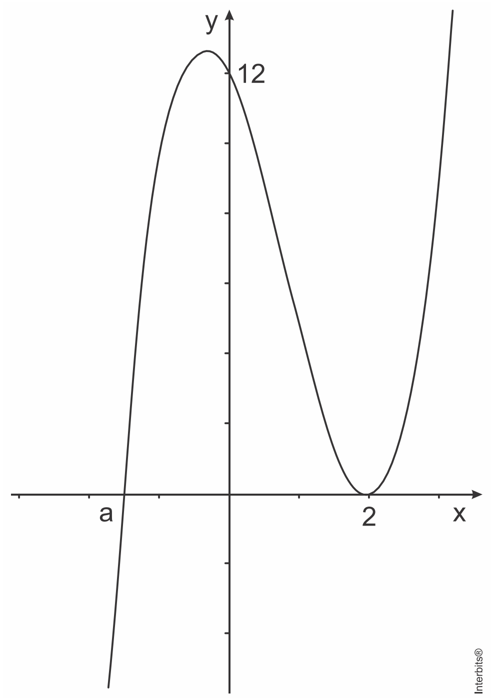
$$PV = PMT a_{\overline{n}|i} \text{ e } a_{\overline{n}|i} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i},$$

sendo:
PV – o valor à vista do carro,
PMT – o valor da prestação mensal,
n – o número de meses e
i – a taxa mensal de juros.

Maria efetuou os cálculos e chegou a uma equação polinomial. O grau desse polinômio é 48.
04) Seja $p(x)$ um polinômio de grau n. Se os coeficientes de $p(x)$ são reais e n é par, então $p(x) = 0$, admite uma raiz real.
08) Seja $p(x) = x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 3x + 1$. Se o número complexo i é raiz simples da equação $p(x) = 0$, então o domínio da função $f(x) = \sqrt{p(x)}$ é

$$\left]-\infty, \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right] \cup \left[\frac{3+\sqrt{5}}{2}, +\infty\right[.$$

16) Considere o gráfico da função polinomial $p(x) = 2x^3 + bx^2 + cx + d$ apresentado a seguir. Se a é raiz simples e 2 é raiz dupla da equação $p(x) = 0$, então $a + b + c = -\frac{21}{2}$.



32) Se $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$ é um polinômio de grau n e satisfaz a condição que a soma dos coeficientes é zero, então $p(x)$ é divisível por $x - 1$.

8. (Ufpr 2019) Em quantos pontos do plano cartesiano a circunferência de equação $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$ e a parábola de equação $y = -2x^2 + 8x - 6$ se intersectam?

a) 0.
b) 1.
c) 2.
d) 3.
e) 4.

9. (Ita 2019) Considere as seguintes afirmações:

I. se n é um número natural, então $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \ldots + \frac{1}{2n} \geq \frac{1}{2}$.

II. se x é um número real e $x^3 + x + 1 = 0$, então $x^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^6} = 0$.

III. se a, b e c são números reais positivos que formam, nessa ordem, uma progressão aritmética, então $\frac{1}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}, \frac{1}{\sqrt{c}+\sqrt{a}}, \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ formam, nessa ordem, uma progressão aritmética.

É(são) VERDADEIRA(S)
a) apenas I.
b) apenas I e II.
c) apenas I e III.
d) apenas II e III.
e) todas.

10. (Ita 2019) Determine os valores reais de a e b para os quais as equações $x^3 + ax^2 + 18 = 0$ e $x^3 + bx + 12 = 0$ possuam duas raízes em comum e, a seguir, determine essas raízes.

11. (Eear 2019) Seja a equação polinomial $x^3 + bx^2 + cx + 18 = 0$. Se -2 e 3 são suas raízes, sendo que a raiz 3 tem multiplicidade 2, o valor de "b" é
a) 8
b) 6
c) -3
d) -4

12. (Espcex (Aman) 2019) Sabendo que o número complexo i (sendo i a unidade imaginária) é raiz do polinômio $p(x) = x^5 - 2x^4 - x + 2$, podemos afirmar que $p(x)$ tem
a) duas raízes iguais a i, uma raiz racional e duas raízes irracionais.
b) i e $-i$ como raízes complexas e três raízes irracionais.
c) uma raiz complexa i e quatro raízes reais.
d) i e $-i$ como raízes complexas e três raízes inteiras.
e) três raízes simples e uma raiz dupla.

13. (Ita 2019) Seja $p(x) = x^3 + ax^2 + bx$ um polinômio cujas raízes são não negativas e estão em progressão aritmética. Sabendo que a soma de seus coeficientes é igual a 10, podemos afirmar que a soma das raízes de $p(x)$ é igual a
a) 9.
b) 8.
c) 3.
d) $\frac{9}{2}$.
e) 10.

14. (Uece 2019) Se as raízes do polinômio $P(x) = x^3 - 12x^2 + 47x - 60$ são reais, distintas e formam uma progressão aritmética, então, a soma dos cubos dessas raízes é igual a
a) 236.
b) 206.
c) 226.
d) 216.

15. (Ita 2019) Considere as seguintes afirmações:
I. se x_1, x_2 e x_3 são as raízes da equação $x^3 - 2x^2 + x + 2 = 0$, então $y_1 = x_2x_3$, $y_2 = x_1x_3$ e $y_3 = x_1x_2$ são as raízes da equação $y^3 - y^2 - 4y - 4 = 0$.
II. a soma dos cubos de três números inteiros consecutivos é divisível por 9.
III. $\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

É(são) VERDADEIRA(S)
a) apenas I.
b) apenas II.
c) apenas III.
d) apenas II e III.
e) todas.

16. (Ufms 2019) Observe a equação polinomial a seguir:

$a^3x^3 + 2a^2x^3 - ax^3 - 2x^3 + x^2 - 1 = 0.$

A soma dos valores do coeficiente a que torna essa expressão em uma equação polinomial do
segundo grau é igual a:
a) $-2.$
b) $-1.$
c) $0.$
d) $1.$
e) $2.$

17. (Uece 2019) Considere os polinômios $m(x) = x^2 - 3x + 2,$ $n(x) = x^2 - 4x + 3$ e $q(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4,$ que têm como fator comum o polinômio $f(x) = x - 1.$ Se $P(x) = m(x) \cdot n(x) \cdot q(x),$ a soma das raízes distintas da equação polinomial $P(x) = 0$ é igual a
a) $16.$
b) $6.$
c) $10.$
d) $4.$

18. (Unicamp 2019) Sabendo que a e b são números reais, considere o polinômio cúbico $p(x) = x^3 + ax^2 + x + b.$ Se a soma e o produto de duas de suas raízes são iguais a $-1,$ então $p(1)$ é igual a
a) $0.$
b) $1.$
c) $2.$
d) $3.$

19. (Uece 2019) Se os três números primos distintos p_1, p_2 e p_3 são as raízes do polinômio $p(x) = x^3 + Hx^2 + Kx + L,$ então, a soma dos inversos multiplicativos desses números é igual a
a) $-\frac{K}{L}.$
b) $\frac{H}{L}.$
c) $-\frac{H}{L}.$
d) $\frac{K}{L}.$

20. (Ufsc 2019) Considere as matrizes $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & x \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix},$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ x-1 & x+1 \\ 2 & x \end{pmatrix}$ e $C = A \cdot B.$

01) Pelo menos uma das raízes da equação $\det C = 0$ é um número real positivo.
02) O produto dos valores de x que fazem com que a matriz C seja singular (não admita matriz inversa) é um número ímpar.

04) Se $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é tal que $f(x) = \det C - (x^3 - 92)$, então o conjunto-solução de $f(x) < 0$ é $S = \{x \in \mathbb{R};\ 0 < x < 36\}$.
08) Considere agora $x = 1$ e $y = \det(10C)$, então $\log|y| = 3\log 2 + \log 7 + 2$.

21**.** (Ime 2019) Sejam x_1, x_2 e x_3 raízes da equação $x^3 - ax - 16 = 0$. Sendo a um número real, o valor de $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$ é igual a:
a) $32 - a$
b) $48 - 2a$
c) 48
d) $48 + 2a$
e) $32 + a$

22**.** (Ufu 2018) O polinômio $p(x)$, na variável real x, é obtido por meio da multiplicação sucessiva de termos de tipo $(x - i)$ para $i = 1, 2, \ldots, k$. Desse modo,
$p(x) = (x-1)(x-2)^2 \ldots (x-k)^k$, sendo k um número natural constante.

Se o grau de $p(x)$ é igual a 210, logo k é um número
a) primo.
b) divisível por 5.
c) múltiplo de 7.
d) ímpar.

23**.** (Acafe 2018) Analise as alternativas a seguir. Todas estão corretas, **exceto** a:
a) Em uma pesquisa constatou-se que a quantidade de bactérias em uma cultura era dada pela função $Q(t) = 400 \cdot 2^{kt}$ em função de t (tempo em horas). Se a população de bactérias dobrou em 15 minutos, então, transcorrida meia hora do início da verificação inicial a população de bactérias possuirá 1.600 indivíduos.
b) Considerando a igualdade $2^3 \cdot 5^2 = 2 \cdot k^m$ e $k, m \in \mathbb{N}$ a única possibilidade de solução dessa equação é $k = 10$ e $m = 2$.
c) O polinômio $P(x) = 3x^3 + 6x^2 + 12x + 24$ possui uma única raiz real; ela pertence ao intervalo $[-5, 5]$.
d) Se a, b e c são as raízes do polinômio $P(x) = 12x^3 - 4x^2 - 3x + 1$, então $a^2 + b^2 + c^2 = \dfrac{11}{18}$.

24**.** (Ita 2018) Se o sistema

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2a^2 y + (2a^4 - a)z = 0 \\ x + ay + (a^3 - 1)z = 0 \end{cases}$$

admite infinitas soluções, então os possíveis valores do parâmetro a são
a) $0, -1, \dfrac{-1-\sqrt{3}}{2}, \dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}$.
b) $0, -1, \dfrac{1-\sqrt{3}}{2}, \dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$.
c) $0, -1, \dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}, \dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$.

d) $0, -1, -1-\sqrt{3}, -1+\sqrt{3}.$

e) $0, -1, 1-\sqrt{3}, 1+\sqrt{3}.$

25. (Udesc 2018) O valor de $x \cdot y$ com $x, y \in \mathbb{R}$, sabendo que $\log_2 (x) + \log_4 (y) = 2$ e $2^{x+y} = 32$, é igual a:
a) 4
b) 8
c) 2
d) 6
e) 10

26. (Ime 2018) Resolva a inequação abaixo, onde x é uma variável real.

$$2|x^3| - 6x^2 + 3|x| + 2 < 0$$

27. (Fuvest 2018) Considere o polinômio $P(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1x + a_0$, em que $a_0, \ldots, a_{n-1} \in \mathbb{R}$. Sabe-se que as suas n raízes estão sobre a circunferência unitária e que $a_0 < 0$.

O produto das n raízes de $P(x)$, para qualquer inteiro $n \geq 1$, é:
a) -1
b) i^n
c) i^{n+1}
d) $(-1)^n$
e) $(-1)^{n+1}$

28. (Uepg 2018) Sabendo que x_1, x_2, x_3 e x_4 são as raízes da equação $4x^4 + 8x^3 - 7x^2 - 11x + 6 = 0$, assinale o que for correto.

01) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4} = \frac{11}{6}.$

02) $\log_3 [6(x_1x_2x_3x_4)] = 2.$

04) $\text{sen}\,[(x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4)\pi] = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

08) $\cos[(x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4)\pi] = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

16) A soma das raízes é um número positivo.

29. (G1 - ifal 2018) Sabe-se que $1-i$ é uma das raízes complexas do polinômio $x^3 - 4x^2 + 6x - 4$. Podemos dizer que essa equação
a) apenas 1 como raiz real.
b) apenas 2 como raiz real.
c) tem 1 e 2 como raízes reais.
d) tem -1 e -2 como raízes reais.
e) não tem raízes reais.

30. (Uepg 2018) Sabendo que $-2, 1, a$ e b são as soluções da equação $x^4 - x^3 + 6x^2 + 14x - 20 = 0$, assinale o que for correto.
01) A soma das raízes é um número ímpar.

02) O produto das raízes é um número negativo.
04) $a+b$ é um número real menor que zero.
08) $a \cdot b$ é um número real.
16) O módulo de a é três.

31. (Unicamp 2018) Sejam $p(x)$ e $q(x)$ polinômios com coeficientes reais. Dividindo-se $p(x)$ por $q(x)$, obtêm-se quociente e resto iguais a x^2+1. Nessas condições, é correto afirmar que
a) o grau de $p(x)$ é menor que 5.
b) o grau de $q(x)$ é menor que 3.
c) $p(x)$ tem raízes complexas.
d) $q(x)$ tem raízes reais.

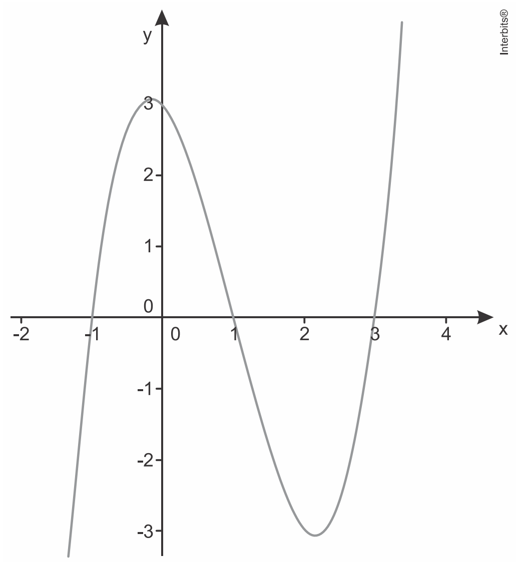
32. (Ufjf-pism 1 2018) Com relação a equação $2x^2+x-1=0$ é correto afirmar que:
a) Não possui raízes reais.
b) A soma das raízes é zero.
c) Possui duas raízes inteiras e distintas.
d) Possui uma raiz racional não inteira.
e) O Produto das raízes é zero.

33. (Ita 2018) Considere a matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 3 & 4 & 5 \\ -2 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \ x \in \mathbb{R}.$$

Se o polinômio $p(x)$ é dado por $p(x) = \det A$, então o produto das raízes de $p(x)$ é
a) $\frac{1}{2}$.
b) $\frac{1}{3}$.
c) $\frac{1}{5}$.
d) $\frac{1}{7}$.
e) $\frac{1}{11}$.

34. (Ufsc 2017) Em relação às proposições abaixo, é correto afirmar que:
01) Se $R(x)$ é o resto da divisão de $A(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x + 4$ por $B(x) = x^3 - 2x^2 + 1$, então $R\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{2}$.
02) Observe a figura, que representa parte do gráfico da função $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 3$. Com base nos dados abaixo, é correto afirmar que $(b-a) = 0$.



04) Se a forma fatorada do polinômio $T(x) = x^4 - 7x^3 + 13x^2 + 3x - 18$ é $T(x) = (x - a)^2 \cdot (x + 1) \cdot (x - 2)$, então a é um número par.

08) Se $\dfrac{4x-2}{x^3-4x} \equiv \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x-2} + \dfrac{C}{x+2}$ para todo x tal que $x \neq 0$, $x \neq 2$ e $x \neq -2$, então $A + B + C = 0$.

16) Sabe-se que $2 + i$ e $3 - 2i$ são raízes do polinômio $P(x)$, que é de grau 5. Ao escolher, ao acaso, uma das raízes desse polinômio, a probabilidade de essa raiz ser um número real é de 60%.

35**.** (G1 - cps 2017) No século XVI, divertidos duelos intelectuais entre professores das academias contribuíram para o avanço da Matemática.
Motivado por um desses duelos, o matemático italiano Niccólo Fontana (Tartaglia) (1500 – 1557) encontrou uma fórmula para resolver equações polinomiais de terceiro grau. No entanto, os outros matemáticos da época não tinham acesso a tal descoberta, tendo que encontrar formas alternativas para resolver aqueles problemas.

Uma dessas formas alternativas é a fatoração, que facilita a observação das raízes (soluções), pois transforma a adição dos termos da equação em uma multiplicação igualada a zero. Veja o exemplo.

$$x^3 + 6x^2 + 5x - 12 = 0 \Leftrightarrow (x - 1) \cdot (x + 3) \cdot (x + 4) = 0$$

Analisando o exemplo dado, é correto afirmar que essa equação
a) possui três raízes naturais distintas.
b) possui três raízes inteiras distintas.
c) possui duas raízes naturais distintas e uma raiz irracional.
d) possui duas raízes irracionais distintas e uma raiz inteira.
e) não possui raízes reais.

36**.** (G1 - ifal 2017) Podemos dizer que o polinômio $p(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$
a) tem três raízes reais.
b) tem duas raízes reais e uma imaginária.
c) tem uma raiz real e duas imaginárias.
d) não tem raiz real.
e) tem duas raízes reais e duas imaginárias.

37**.** (Esc. Naval 2017) Seja $P(x) = x^6 + bx^5 + cx^4 + dx^3 + ex^2 + fx + g$ um polinômio de coeficientes inteiros e que $P(\sqrt{2} + \sqrt[3]{3}) = 0.$ O polinômio $R(x)$ é o resto da divisão de $P(x)$ por $x^3 - 3x - 1.$ Determine a soma dos coeficientes de $R(x)$ e assinale a opção correta.
a) -51
b) -52
c) -53
d) -54
e) -55

38**.** (Espcex (Aman) 2017) O número real $\sqrt[3]{\frac{25}{8} + \frac{11\sqrt{2}}{4}} + \sqrt[3]{\frac{25}{8} - \frac{11\sqrt{2}}{4}}$ pertence ao conjunto
a) $[-5, -3)$
b) $[-3, -1)$
c) $[-1, 1)$
d) $[1, 3)$
e) $[3, 5)$

39**.** (Uem-pas 2017) Considerando a equação polinomial, com coeficientes reais, $P(x) = 0,$ assinale o que for **correto**.
01) Se $P(x)$ for um polinômio de grau 3 e $Q(x)$ for um polinômio de grau $2,$ então o grau da equação polinomial $P(x) \cdot Q(x) = 0$ é $6.$
02) Se $P(x) = (x+5)(x^2+4),$ então as raízes de $P(x)$ são $x = 5, x = 2$ e $x = -2.$
04) Se a equação $P(x) = 0$ possui somente uma raiz real e duas raízes complexas, então dizemos que $P(x)$ é um polinômio de grau 3.
08) Se a equação $P(x) = 0$ possui duas raízes reais e iguais, então esta equação tem grau maior que 2 ou igual a $2.$
16) Se $P(x)$ é divisível por $(x-i),$ então a equação $P(x) = 0$ possui pelo menos duas raízes complexas.

40**.** (Uepg 2017) Sabendo que $2i$ é uma das raízes da equação $x^4 + mx^3 + x^2 + 8x + n = 0,$ assinale o que for correto.
01) $m \cdot n > 0.$
02) O produto das raízes da equação é $4.$
04) A soma das raízes da equação é $2.$
08) $m + n = -10.$
16) Uma das raízes reais da equação é $-3.$

Gabarito:

1: [D] **2:** [E] **3:** [B] **4:** [C] **5:** [D] **6:** [D] **7:** 08 + 16 + 32 = 56. **8:** [D] **9:** [C]

10: $a = 1, b = 2$ e as raízes em comum são $1+\sqrt{5}\cdot i$ e $1-\sqrt{5}\cdot i.$

11: [D] **12:** [D] **13:** [A] **14:** [D] **15:** [E] **16:** [A] **17:** [D] **18:** [D] **19:** [A] **20:** 01 + 08 = 09.

21: [C] **22:** [B] **23:** [B] **24:** [B] **25:** [A]

26: $S = \left\{x \in \mathbb{R}: -2 < x < -\frac{1+\sqrt{3}}{2} \;\; ou \;\; \frac{1+\sqrt{3}}{2} < x < 2\right\}.$

27: [E] **28:** 01 + 02 + 04 + 08 = 15. **29:** [B] **30:** 01 + 02 + 08 = 11. **31:** [C]

32: [D] **33:** [D] **34:** 01 + 08 = 09. **35:** [B] **36:** [A] **37:** [E] **38:** [D]

39: 04 + 08 + 16 = 28. **40:** 08 + 16 = 24.