

01. **(Fuvest – SP)** A reta  $s$  passa pelo ponto  $(0,3)$  e é perpendicular à reta  $AB$  onde  $A=(0,0)$  e  $B$  é o centro da circunferência  $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 20$ . Então a equação de  $s$  é:

- a)  $x - 2y = -6$
- b)  $x + 2y = 6$
- c)  $x + y = 3$
- d)  $y - x = 3$
- e)  $2x + y = 6$

02. **(Fuvest – SP)** Fixado o ponto  $N=(0,1)$ , a cada ponto  $P$  do eixo das abscissas associamos o ponto  $P' \neq N$  obtido pela intersecção da reta  $PN$  com a circunferência  $x^2+y^2=1$ .

- a) Que pontos do eixo das abscissas foram associados aos pontos  $(x,y)$  da circunferência, com  $y < 0$ ?
- b) Quais as coordenadas do ponto  $P'$  da circunferência, associado a  $P=(c,0)$ ,  $c \neq 0$ ?

03. **(Unicamp)** a) Identifique as circunferências de equações  $x^2+y^2=x$  e  $x^2+y^2=y$ , calculando o raio e o centro das mesmas. Esboce seus gráficos.

b) Determine os pontos de intersecção dessas circunferências e mostre que as retas a elas tangentes em cada um desses pontos são perpendiculares entre si.

04. **(Fuvest – SP)** Uma circunferência de raio 2, localizada no primeiro quadrante, tangencia o eixo  $x$  e a reta de equação  $4x-3y=0$ . Então a abscissa do centro dessa circunferência é:

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

05. **(Unesp)** Considere o quadrado de lados paralelos aos eixos coordenados e circunscrito à circunferência de equação:

$$x^2 + y^2 - 6x - 4y + 12 = 0.$$

Determine as equações das retas que contêm as diagonais desse quadrado.

06. **(Fuvest – SP)** Sejam  $A=(0, 0)$ ,  $B=(0, 5)$  e  $C=(4, 3)$  pontos do plano cartesiano.

- a) Determine o coeficiente angular da reta  $BC$ .
- b) Determine a equação da mediatriz do segmento  $BC$ . O ponto  $A$  pertence a esta mediatriz?
- c) Considere a circunferência que passa por  $A$ ,  $B$  e  $C$ . Determine a equação da reta tangente a esta circunferência no ponto  $A$ .

07. **(Unicamp)** Em um sistema de coordenadas ortogonais no plano são dados o ponto (5, -6) e o círculo  $x^2+y^2=25$ . A partir do ponto (5,-6), traçam-se duas tangentes ao círculo. Faça uma figura representativa desta situação e calcule o comprimento da corda que une os pontos de tangência.

08. **(Fuvest – SP)** A reta  $y = mx$  ( $m > 0$ ) é tangente à circunferência  $(x-4)^2+y^2=4$ . Determine o seno do ângulo que a reta forma com o eixo x.

a)  $1/5$ .

b)  $1/2$ .

c)  $\sqrt{3}/2$ .

d)  $\sqrt{2}/2$ .

e)  $\sqrt{5}$ .

09. **(Fuvest – SP)** a) As extremidades de um diâmetro de uma circunferência são (-3,1) e (5,-5). Determine a equação da circunferência.

b) Determine a equação da circunferência que passa pelo ponto  $(9, \sqrt{3})$  e que é tangente às retas  $y=0$  e  $y=\sqrt{3}x$ .

10. **(Unesp)** Seja AB o diâmetro da circunferência  $x^2+y^2-6x-8y+24=0$  contido na reta perpendicular a  $y=x+7$ . Calcular as coordenadas de A e B.

11. **(Fuvest – SP)** a) Dar uma equação da bissetriz do ângulo agudo entre a reta de equação  $4x-3y=4$  e o eixo dos x;

b) Determinar a circunferência inscrita no triângulo de vértices (1,0), (4,0) e (4,4).

12. **(Unesp)** Considere uma circunferência de raio  $r < 4$ , com centro na origem de um sistema de coordenadas cartesianas. Se uma das tangentes à circunferência pelo ponto (4,0) forma com o eixo x um ângulo de  $30^\circ$ , então o ponto de tangência correspondente é:

a)  $(1, -\sqrt{3})$

b)  $(1, -\sqrt{2})$

c)  $(1/2, -\sqrt{3})$

d)  $(1/2, -\sqrt{2})$

e)  $(1/2, -\sqrt{3}/2)$

13. **(Fuvest – SP)** A circunferência  $x^2+y^2=4$  é simétrica à circunferência  $x^2+y^2-12x-8y+48=0$  em relação a uma reta  $r$ . Uma equação dessa reta é:

- a)  $3x - 2y = 13$
- b)  $3x - 2y = 5$
- c)  $2x - 3y = 0$
- d)  $3x + 2y = 13$
- e)  $3x + 2y = 5$

14. **(Fuvest – SP)** Considere o triângulo ABC, onde  $A = (0,4)$ ,  $B=(2,3)$  e C é um ponto qualquer da circunferência  $x^2+y^2=5$ . A abscissa do ponto C que torna a área do triângulo ABC a menor possível é:

- a) - 1
- b) - 3/4
- c) 1
- d) 3/4
- e) 2

15. **(Fuvest – SP)** Para cada número real  $n$  seja  $P_0=(x_0,y_0)$  o ponto de intersecção das retas  $nx + y = 1$  e  $x - ny = 1$ . Sabendo-se que todos os pontos  $P_0$  pertencem a uma mesma circunferência, qual é o centro dessa circunferência?

- a)  $(1/2, 1/2)$
- b)  $(0,0)$
- c)  $(-1/2, 1/2)$
- d)  $(-1/2, -1/2)$
- e)  $(1,1)$

16. **(Fatec – SP)** Seja C a circunferência de equação  $x^2+y^2-6x-4y+9=0$ . Um quadrado, cujos lados são paralelos aos eixos cartesianos, está inscrito em C. O perímetro desse quadrado é

- a)  $2\sqrt{2}$
- b) 4
- c)  $4\sqrt{2}$
- d) 8
- e)  $8\sqrt{2}$

17. **(Fatec – SP)** O par  $(x, y)$  de números reais, que é solução do sistema

$$\begin{cases} x^2 + x + 2xy + y^2 = 7 \\ x + y = 2 \end{cases} \text{ pertence à curva de equação}$$

a)  $x^2 + y^2 = \sqrt{10}$

b)  $y = x^2 - 4x + 3$

c)  $xy = -3$

d)  $y = \log_2(x-1)$

e)  $2x + 3y - 4 = 0$

18. **(Fei – SP)** O comprimento da corda que a reta  $x + y = 3$  determina na circunferência de centro em  $(2,1)$  e raio  $\frac{5}{\sqrt{2}}$  é:

a)  $\sqrt{2}$

b)  $2\sqrt{2}$

c)  $3\sqrt{2}$

d)  $4\sqrt{2}$

e)  $5\sqrt{2}$

19. **(Ita – SP)** São dadas as retas (r)  $x - y + 1 + \sqrt{2} = 0$  e (s)  $x\sqrt{3} + y - 2 + \sqrt{3} = 0$  e a circunferência (C)  $x^2 + 2x + y^2 = 0$ . Sobre a posição relativa desses três elementos, podemos afirmar que:

a) r e s são paralelas entre si e ambas são tangentes à C.

b) r e s são perpendiculares entre si e nenhuma delas é tangente à C.

c) r e s são concorrentes, r é tangente à C e s não é tangente à C.

d) r e s são concorrentes, s é tangente à C e r não é tangente à C.

e) r e s são concorrentes e ambas são tangentes à C.

20. **(Uel)** São dados:

uma circunferência de centro  $C = (3/2, 1)$ ;

um ponto  $T = (3/2, -1)$  que pertence à circunferência.

A equação da circunferência dada é

a)  $4x^2 + 4y^2 - 12x - 8y - 3 = 0$

b)  $4x^2 + 4y^2 - 12x - 8y - 4 = 0$

c)  $3x^2 + y^2 - 6x - 4y - 2 = 0$

d)  $3x^2 + y^2 - 6x - 4y - 4 = 0$

e)  $x^2 + y^2 - 3/2x - y = 0$

21. **(Uel)** Considere os pontos  $A(0;0)$ ,  $B(2;3)$  e  $C(4;1)$ .

O segmento  $\overline{BC}$  é um diâmetro da circunferência de equação

a)  $x^2 + y^2 + 6x + 4y + 11 = 0$

b)  $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 11 = 0$

c)  $x^2 + y^2 - 4x + 9y + 11 = 0$

d)  $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$

e)  $x^2 + y^2 - 4x - 9y + 9 = 0$

22. **(UFMG)** Sejam  $r$  e  $s$  as retas de equações  $y=2x-1$  e  $y=2x+3$ , respectivamente.

a) Determine a equação da reta que passa pelo ponto  $(0,3)$  e é perpendicular a  $r$ .

b) Determine a equação da circunferência que passa pelo ponto  $(0, 3)$  e tangencia as retas  $r$  e  $s$ .

23. **(Unesp)** Se  $M=(5/2,0)$  é o ponto médio do segmento cujos extremos são as interseções da circunferência  $x^2+y^2+mx-y-4=0$

com o eixo  $x$ , determine o centro dessa circunferência.

24. **(Puc – SP)** A reta de equação  $y = 2x - 4$  intercepta os eixos coordenados nos pontos  $A$  e  $B$ . Esses pontos são os extremos de um diâmetro da circunferência  $\lambda$ . A equação correspondente a  $\lambda$  é

a)  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$

b)  $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$

c)  $2x^2 + 4y^2 + 2x + 4y + 5 = 0$

d)  $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0$

e)  $x^2 + y^2 + 6x + 3y - 4 = 0$

25. **(UECE)** Sejam  $Q_1(x_1, y_1)$  e  $Q_2(x_2, y_2)$  os pontos de intersecção da reta de equação  $y+2=0$  com a circunferência de centro no ponto  $P(-4,1)$  e raio  $r$  centímetros. Se  $x_1 < x_2$  e  $Q_1Q_2=8\text{cm}$ , então a equação dessa circunferência é:

a)  $x^2 + y^2 + 8x - 2y - 7 = 0$

b)  $x^2 + y^2 + 8x - 2y - 8 = 0$

c)  $x^2 + y^2 + 8x - 2y - 15 = 0$

d)  $x^2 + y^2 + 8x - 2y - 19 = 0$

26. **(Mack – SP)** A curva  $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$  tem um único ponto comum com a reta  $x + y = k$ ,  $k \in \mathbb{R}$ . A soma dos possíveis valores de  $k$  é:

- a) 4.
- b) -2
- c) -4.
- d) 2.
- e) 0.

27. **(Mack – SP)**

I - Se  $0 < x < \pi/2$ , então os pontos  $(\sin x, -\cos x)$ ,  $(-\sin x, \cos x)$  e  $(-1, \cos x)$  sempre são vértices de um triângulo.

II - Se  $a$  e  $b$  são números reais tais que  $a > b > 0$ , então as retas  $x - ay + a^2 = 0$  e  $x + by + b^2 = 0$  nunca são paralelas.

III - A reta  $x + y - 5\sqrt{2} = 0$  é tangente à curva  $x^2 + y^2 - 25 = 0$ .

Relativamente às afirmações acima, podemos afirmar que:

- a) somente I e II são verdadeiras.
- b) somente I e III são verdadeiras.
- c) somente II e III são verdadeiras.
- d) todas são falsas.
- e) todas são verdadeiras.

28. **(Udesc)** Determine a equação da circunferência que passa pelos pontos  $A(5,5)$ ,  $B(-3,1)$  e  $C(2,-4)$ .

29. **(FGV – SP)** Considere a reta  $(r)$ , de equação  $y=2x+3$ , e a circunferência de equação  $x^2+y^2=10$ . A reta  $(s)$ , perpendicular à reta  $(r)$ , tangencia a circunferência no ponto  $P$ . Esse ponto pode ser

- a)  $(\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$
- b)  $(2, 2\sqrt{2} + 3)$
- c)  $(-2, \sqrt{6})$
- d)  $(1, 3)$
- e)  $(-\sqrt{2}, -2\sqrt{2} + 1)$

30. **(UFPE)** Seja  $r$  uma reta que passa pelo centro da circunferência  $C_1$  de equação cartesiana  $x^2 + y^2 - 8y + 23 = 0$ , e que é perpendicular à reta  $y=x$ . Uma circunferência  $C_2$ , concêntrica com a primeira, é tangente ao eixo das ordenadas  $Oy$  no ponto  $P$ . Determine a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e os pontos de intersecção da reta  $r$  com  $C_1$ .

31. **(Fuvest – SP)** O segmento  $AB$  é diâmetro da circunferência de equação  $x^2 + y^2 = 10y$ . Se  $A$  é o ponto  $(3,1)$ , então  $B$  é o ponto

- a)  $(-3, 9)$
- b)  $(3, 9)$
- c)  $(0, 10)$
- d)  $(-3, 1)$
- e)  $(1, 3)$

32. **(U. E. Londrina)** Seja  $P$  um ponto do eixo das ordenadas pertencente à reta de equação  $2x - 3y - 6 = 0$ . A equação da circunferência de centro em  $P$  e tangente ao eixo das abscissas é

- a)  $x^2 + y^2 = 4$
- b)  $x^2 + y^2 + 4x = 0$
- c)  $x^2 + y^2 + 4y = 0$
- d)  $x^2 + y^2 - 4x = 0$
- e)  $x^2 + y^2 - 4y = 0$

33. **(Fatec – SP)** Sejam  $O$  a origem do sistema de eixos cartesianos e  $A$  o centro da circunferência de equação  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ . A equação de reta que passa pelos pontos  $A$  e  $O$  é:

- a)  $y = 2x + 1$
- b)  $y = 2x - 1$
- c)  $y = x/2$
- d)  $y = 2x$
- e)  $y = x$

34. A distância de uma reta ao centro de uma circunferência de 7 cm de raio é dada por  $d = 5 - 9x$ . Sabendo que a reta é tangente à circunferência, determine  $x$ .

35. **(Fei – SP)** No plano cartesiano, a circunferência com centro no ponto  $C=(3,4)$  e raio  $r=5$  intercepta os eixos do sistema em:

- a) nenhum ponto
- b) 1 ponto

- c) 2 pontos
- d) 3 pontos
- e) 4 pontos

36. **(Cesgranrio)** As circunferências  $x^2+y^2+8x+6y=0$  e  $x^2+y^2-16x-12y=0$  são:

- a) exteriores.
- b) secantes.
- c) tangentes internamente.
- d) tangentes externamente.
- e) concêntricas.

37. **(Unicamp)** Os ciclistas A e B partem do ponto  $P(-1, 1)$  no mesmo instante e com velocidades de módulos constantes. O ciclista A segue a trajetória descrita pela equação  $4y-3x-7=0$  e o ciclista B, a trajetória descrita pela equação  $x^2+y^2-6x-8y=0$ . As trajetórias estão no mesmo plano e a unidade de medida de comprimento é o km. Pergunta-se:

a) Quais as coordenadas do ponto Q, distinto de P, onde haverá cruzamento das duas trajetórias?

b) Se a velocidade do ciclista A for de 20 km/h, qual deverá ser a velocidade do ciclista B para que cheguem no mesmo instante ao ponto Q?

38. **(Fei – SP)** Qual deve ser o raio da circunferência com centro no ponto  $O = (0,0)$  para que a reta  $x-2y-10=0$  seja tangente a essa circunferência?

- a)  $4\sqrt{2}$
- b)  $2\sqrt{5}$
- c) 20
- d)  $5\sqrt{2}$
- e)  $4\sqrt{5}$

39. **(Cesgranrio)** Uma circunferência passa pela origem, tem raio 2 e o centro C na reta  $y=2x$ . Se C tem coordenadas positivas, uma equação dessa circunferência é:

- a)  $(x - \sqrt{5})^2 + (y - 2\sqrt{5})^2 = 4$
- b)  $(x - \sqrt{5}/2)^2 + (y - \sqrt{5})^2 = 4$
- c)  $(x - \sqrt{3}/2)^2 + (y - \sqrt{3})^2 = 4$
- d)  $(x - \sqrt{3}/5)^2 + (y - 2\sqrt{3}/5)^2 = 4$
- e)  $(x - 2\sqrt{5}/5)^2 + (y - 4\sqrt{5}/5)^2 = 4$



40. **(Mack – SP)** A reta que passa pelo centro da circunferência  $x^2+y^2+6x+4y+12=0$  e é paralela à bissetriz dos quadrantes pares tem equação:

- a)  $x + y + 5 = 0$
- b)  $x + y - 5 = 0$
- c)  $5x + 5y + 1 = 0$
- d)  $x + y - 1 = 0$
- e)  $x + y + 1 = 0$

41. **(Mack – SP)** Uma circunferência de centro  $C(a,b)$  passa pelos pontos  $M(0,0)$ ,  $N(4,0)$  e  $P(k,k)$ ,  $M \neq P$ . Então  $a + b$  vale:

- a)  $k$
- b)  $k/2$
- c)  $3k/2$
- d)  $2k$
- e)  $3k$

42. **(Fuvest – SP)** Considere as circunferências que passam pelos pontos  $(0, 0)$  e  $(2, 0)$  e que são tangentes à reta  $y = x + 2$ .

- a) Determine as coordenadas dos centros dessas circunferências.
- b) Determine os raios dessas circunferências.

43. **(FGV – SP)** Uma empresa produz apenas dois produtos A e B, cujas quantidades anuais (em toneladas) são respectivamente  $x$  e  $y$ . Sabe-se que  $x$  e  $y$  satisfazem a relação:

$$x^2 + y^2 + 2x + 2y - 23 = 0$$

- a) esboçar o gráfico da relação, indicando o nome da curva.
- b) Que quantidades devem ser produzidas se, por razões estratégicas, a quantidade produzida do produto B for o dobro da de A?

44. **(Uece)** Se a circunferência de centro no ponto  $P(-2, 3)$  e raio  $2\text{cm}$  passa pelos pontos  $P_2(k_1,5)$  e  $P_2(0,k_2)$ , então  $k_1^3 + k_2^3$  é igual a:

- a) 16
- b) 19
- c) 26
- d) 35

45. (UFRS) O comprimento da corda que a reta  $r$  definida pela equação  $2x - y = 0$  determina no círculo  $\lambda$  de centro no ponto  $C(2,0)$  e raio  $r = 2$  é

- a) 0
- b) 2
- c) 5
- d)  $\sqrt{10}/5$

**Gabarito**

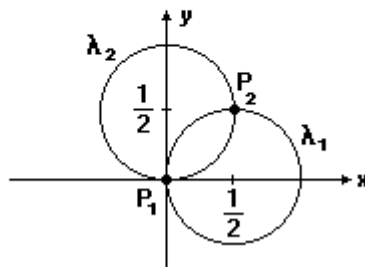
01. B

02. a)  $P(a,0)$ , para  $-1 < a < 1$

b)  $P' = \left( \frac{2c}{c^2+1}, \frac{c^2-1}{c^2+1} \right)$

03. a) Observe a figura:

$$\lambda_1: x^2 + y^2 = x \quad \left\{ \begin{array}{l} C_1 \left( \frac{1}{2}, 0 \right) \\ r_1 = \frac{1}{2} \end{array} \right. \quad \lambda_2: x^2 + y^2 = y \quad \left\{ \begin{array}{l} C_2 \left( 0, \frac{1}{2} \right) \\ r_2 = \frac{1}{2} \end{array} \right.$$



b) Um ponto de intersecção é  $(0,0)$  e as retas tangentes às respectivas circunferências por este ponto são  $x = 0$  e  $y = 0$ , que são perpendiculares.

O outro ponto de intersecção é  $(1/2, 1/2)$  e as retas tangentes às respectivas circunferências por este ponto são  $y = 1/2$  e  $x = 1/2$  que são perpendiculares.

04. D      05.  $y = x - 1$  e  $y = -x + 5$

06. a)  $m = -1/2$

b)  $y = 2x$  e o ponto A pertence à mediatriz

c)  $y = -x/2$

07.  $\frac{60\sqrt{61}}{61}$

08. B

09. a)  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$

$$\lambda_1 : (x-6)^2 + (y-2\sqrt{3})^2 = 12$$

$$b) \lambda_2 : (x-14)^2 + \left(y - \frac{14\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{196}{3}$$

$$10. \left(3 + \frac{\sqrt{2}}{2}, 4 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \text{ e } \left(3 - \frac{\sqrt{2}}{2}, 4 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$11. a) x - 2y - 1 = 0 \quad b) (x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 1$$

$$12. A \quad 13. D \quad 14. C$$

$$15. A \quad 16. E \quad 17. C$$

$$18. E \quad 19. E \quad 20. A$$

$$21. B$$

$$22. a) x + 2y = 6$$

$$b) (x - 4/5)^2 + (y - 13/5)^2 = 4/5$$

$$23. (5/2, 1/2) \quad 24. B \quad 25. B$$

$$26. A \quad 27. E$$

$$28. x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0 \quad 29. A$$

$$30. 3 \quad 31. A \quad 32. C$$

$$33. D \quad 34. -2/9 \quad 35. D \quad 36. D$$

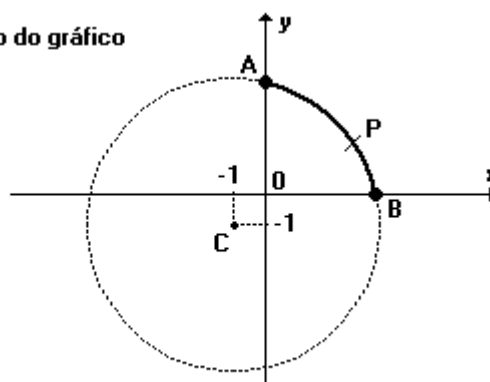
$$37. a) (7,7) \quad b) 10\pi \text{ km/h}$$

$$38. B \quad 39. E \quad 40. A \quad 41. A$$

$$42. a) (1,1) \text{ e } (1,-7) \quad b) \sqrt{2} \text{ e } 5\sqrt{2}$$

43. a) Gráfico:

a) Esboço do gráfico



Nome da curva: arco de circunferência.

b)  $x = 1,63$  toneladas e  $y = 3,26$  toneladas, aproximadamente.

$$44. B \quad 45. E$$